



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Równania różnicowe [S1MwT1>E-RR]

### Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka w technice

Rok/Semestr

3/5

Studia w zakresie (specjalność)

–

Profil studiów

ogólnoakademicki

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Język oferowanego przedmiotu

polski

Forma studiów

stacjonarne

Wymagalność

obieralny

### Liczba godzin

Wykład

30

Laboratorium

0

Inne (np. online)

0

Ćwiczenia

15

Projekty/seminaria

0

### Liczba punktów ECTS

4,00

### Koordynatorzy

### Wykładowcy

### Wymagania wstępne

Podstawowa wiedza z algebry liniowej i analizy matematycznej

### Cel przedmiotu

1. Przekazanie studentom podstawowej wiedzy z zakresu równań różnicowych oraz jej wykorzystania do modelowania matematycznego. 2. Rozwijanie u studentów umiejętności rozwiązywania prostych równań różnicowych oraz analizy zjawisk i budowania ich modeli matematycznych. 3. Kształtowanie u studentów umiejętności pracy zespołowej.

### Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

Student:

1. zna większość podstawowych definicji i twierdzeń ogólnej teorii równań różnicowych liniowych,
2. rozumie cel i znaczenie prostych modeli dyskretnych,
3. zna powiązania zagadnień z teorii równań różnicowych z innymi działami matematyki teoretycznej i stosowanej.

Umiejętności:

Student:

1. potrafi rozwiązywać proste równania różnicowe,
2. potrafi konstruować dyskretne modele matematyczne, wykorzystywane również w innych działach matematyki,
3. potrafi przeprowadzać dowody, stosując w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki,
4. potrafi samodzielnie planować i kształcić się w celu podnoszenia i aktualizacji swoich kompetencji.

Kompetencje społeczne:

Student posiada:

1. jest gotów do dalszego kształcenia z uwagi na świadomość ograniczeń własnej wiedzy,
2. umiejętność współpracy w ramach zespołu, wywiązywania się z obowiązków powierzonych w ramach podziału pracy w zespole, rozumienie konieczności systematycznej pracy,
3. samodzielność w wyszukiwaniu informacji w literaturze, także w językach obcych,
4. umiejętność postępowania zgodnie z podstawowymi zasadami etycznymi.

## Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wykład: ocena wiedzy i umiejętności wykazanych na zaliczeniu pisemnym.

Ćwiczenia: jedno kolokwium oceniające praktyczną umiejętność rozwiązywania zadań oraz bieżąca ocena pracy studenta podczas prowadzonych zajęć - premiowanie aktywności przejawiającej się w dyskusji oraz we współpracy przy rozwiązywaniu zadań praktycznych.

## Treści programowe

### WYKŁADY + ĆWICZENIA

1. Podstawowe pojęcia rachunku różnicowego: definicja operatora różnicowania, różnica sumy, iloczynu i ilorazu dwóch ciągów, różnice ciągów elementarnych, różnice wyższych rzędów; definicja i własności iloczynu ubywającego; definicja sumy nieoznaczonej; sumy nieoznaczone sumy, iloczynu i ilorazu dwóch ciągów, podstawowe wzory na sumy nieoznaczone ciągów; sumy oznaczone, twierdzenie o sumowaniu przez części;
2. Pojęcia wstępne: definicje równania różnicowego i jego rozwiązania; przykłady prostych zależności rekurencyjnych (model Fibonacciego, wieża z Hanoi, permutacje, proste na płaszczyźnie, kapitalizacja odsetek); liniowe równanie różnicowe pierwszego rzędu: definicja, twierdzenie o istnieniu, jednoznaczności i postaci rozwiązania ;
3. Dyskretne układy dynamiczne: pojęcie układu dyskretnego, punkty stacjonarne i prawie stacjonarne układu; definicje stabilności i asymptotycznej stabilności punktów równowagi; kryteria stabilności układów jednowymiarowych (analityczne i graficzne - metoda pajęczyny);
4. Liniowe równania różnicowe wyższych rzędów: twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania; macierz Casoratiego, casoratian, fundamentalny układ rozwiązań, warunek konieczny i dostateczny liniowej niezależności rozwiązań; rozwiązanie ogólne równania liniowego jednorodnego; równanie liniowe jednorodne o stałych współczynnikach, równanie charakterystyczne; wyznaczanie rozwiązania szczególnego równania niejednorodnego metodą przewidywań; własności asymptotyczne rozwiązań liniowych równań różnicowych: twierdzenie Poincarego, twierdzenie Perrona;
5. Metody rozwiązywania równań różnicowych nieliniowych sprowadzalnych do równań liniowych: równanie różnicowe typu Riccatiego; równanie typu homograficznego; równanie różnicowe jednorodne;
6. Okresowość rozwiązań równań różnicowych rzędu drugiego: definicja rozwiązania okresowego, definicja p-cyklu; omówienie okresowości wybranych typów równań różnicowych wymiernych;
7. Układy liniowych równań różnicowych pierwszego rzędu – metody rozwiązywania: wyznaczania n-tej potęgi macierzy współczynników układu (wartość własna i wektor własny macierzy, twierdzenie Cayleya – Hamiltona, diagonalizacja macierzy); metoda Putzera; metoda eliminacji;
8. Zastosowania równań różnicowych w biologii: przyrost populacji w ujęciu dyskretnym; model Verhulsta; dyskretny model typu drapieżnik-ofiara; modele urodzin i śmierci; model Nicholsona (pasożyty i ich nosiciele);
9. Zastosowania równań różnicowych w finansach i ekonomii: modele kapitalizacji odsetek i spłaty kredytu; model dochodu narodowego Samuelsona; modele popytu i podaży, modele równowagi rynkowej (bez magazynowania i z magazynowaniem); dyskretny model Leontiefa.

## Metody dydaktyczne

#### Wykład:

1. Wykład z prezentacją multimedialną uzupełniany przykładami podawanymi na tablicy; prowadzony w sposób interaktywny z formułowaniem pytań do grupy studentów.
2. Teoria przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów.
3. Uwzględnia się aktywność studentów w czasie zajęć przy wystawianiu oceny końcowej (przygotowanie referatów na tematy podane na początku semestru; tematy przygotowywane w zespołach 2-3 osobowych i referowane przez wszystkich członków zespołu).

#### Ćwiczenia:

1. Rozwiązywanie przykładowych zadań na tablicy.
2. Ocenianie ciągle - premiowanie aktywności przejawiającej się w dyskusji oraz we współpracy przy rozwiązywaniu zadań praktycznych.
3. Szczegółowe recenzowanie rozwiązań zadań i dyskusje nad komentarzami.
4. Inicjowanie dyskusji nad rozwiązaniami.

#### Literatura

##### Podstawowa

1. D. Bobrowski, Systemy dynamiczne z czasem dyskretnym, zagadnienia deterministyczne, Wydawnictwo PP, 1994.
2. S. Elaydi, An Introduction to Difference Equations, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York, USA, 2005.
3. U. Foryś, Matematyka w biologii, Wydawnictwo WNT, 2005.

##### Uzupełniająca

1. R. Agarwal, Discrete oscillation theory, Hindawi Publishing, 2005.
2. R. Agarwal, D. O'Regan, Infinite interval problems for differential, difference and integral equations, Kluwer Academic Publ., 2001.

#### Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	100	4,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	45	2,00
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwίων/egzaminu, wykonanie projektu)	55	2,00